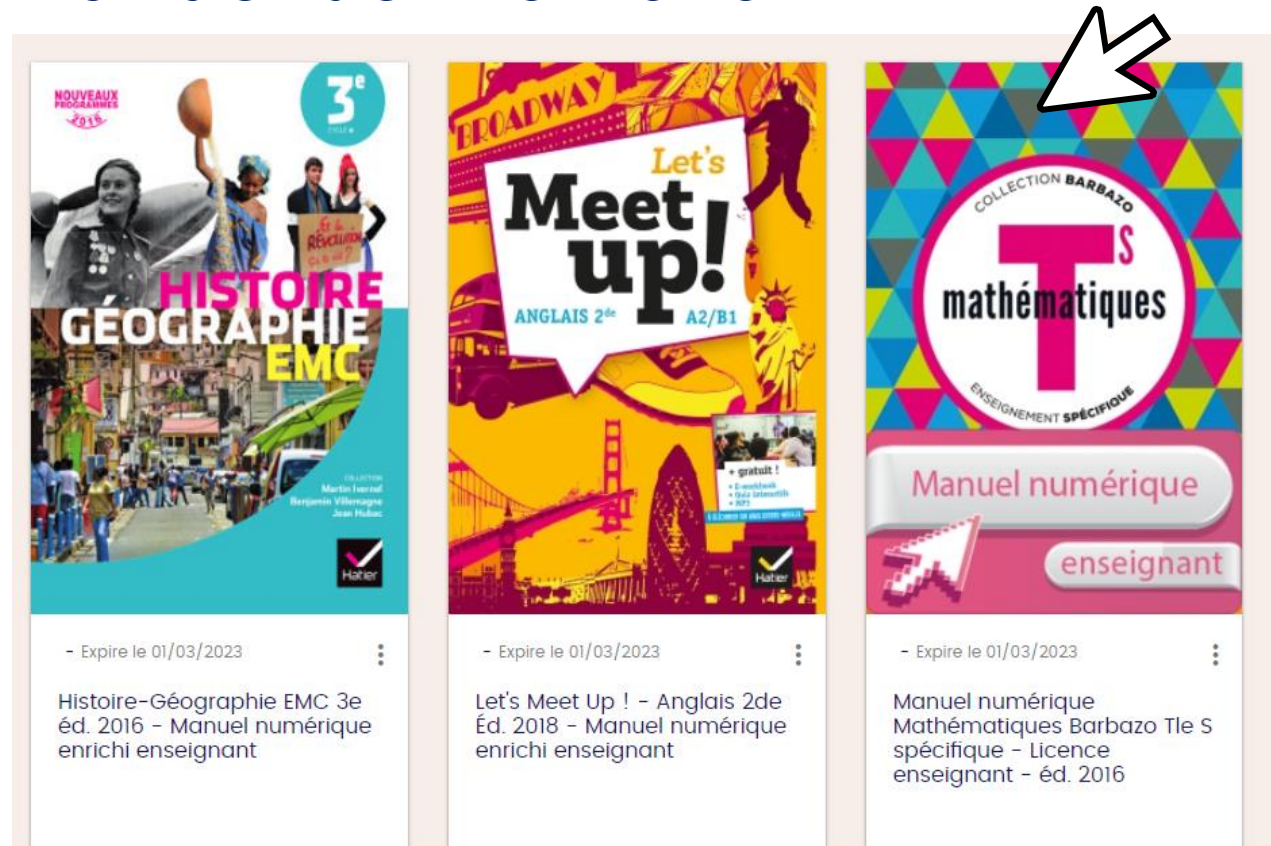



Télécharger mon manuel  
numérique avec  **éducadhoc**

1 - J'ouvre éducadhoc en ligne depuis mon ENT ou internet,  
via mon ordinateur ou ma tablette

2 - J'ouvre le manuel de mon choix :




# 3 – Je clique sur télécharger


← RETOUR
🔍 RECHERCHER
☰ SOMMAIRE
ALLER PAGE 96

BUREAU

🔖 FAVORIS
📷 CAPTURE
✎ ANNOTER
📁 MES CONTENUS
⬆

Télécharger



Connaître le cours

Applications directes

## 2. Fonction continue

### 1 Fonction continue sur un intervalle

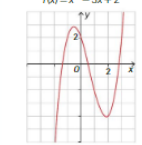
**Notion intuitive de fonction continue sur un intervalle**

Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$ .  
On dit que  $f$  est continue sur  $I$  si on peut tracer sa courbe représentative sans lever le crayon de la feuille.

**Remarque :** Cette définition peut s'écrire mathématiquement de la façon suivante :  
 $f$  est continue sur un intervalle  $I$ , pour tout réel  $a$  appartenant à  $I$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

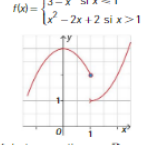
**Exemples**

•  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$  par :  
 $f(x) = x^2 - 3x + 2$



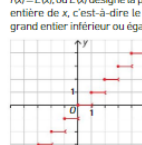
$f$  est continue sur  $\mathbb{R}$ .

•  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$  par :  
 $f(x) = \begin{cases} 3 - x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 2x + 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$



$f$  n'est pas continue sur  $\mathbb{R}$ .  
Notamment,  $f$  n'est pas continue en  $a = 1$ .

•  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$  par :  
 $f(x) = E(x)$ , où  $E(x)$  désigne la partie entière de  $x$ , c'est-à-dire le plus grand entier inférieur ou égal à  $x$ .



$f$  n'est pas continue sur  $\mathbb{R}$ .

### 2 Propriétés

**Propriétés : continuité des fonctions usuelles**

- Les fonctions polynômes et la fonction racine carrée sont continues sur leur ensemble de définition.
- Les sommes, produits, quotients et composées de fonctions continues sont des fonctions continues sur les intervalles formant leur ensemble de définition.

**Exemple**

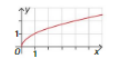
La fonction  $f$  définie sur  $]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 5}{x - 1}$  est continue sur les intervalles  $]-\infty; 1[$  et  $]1; +\infty[$  en tant que quotient de fonctions polynômes.

**Propriété : continuité et dérivabilité**

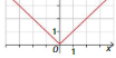
Une fonction dérivable sur un intervalle  $I$  est continue sur  $I$ .

**Remarque :** La réciproque de cette propriété est fautive :

- la fonction racine carrée est continue sur  $]0; +\infty[$  mais n'est pas dérivable en 0 ;
- la fonction valeur absolue est continue sur  $\mathbb{R}$  mais n'est pas dérivable en 0.



La fonction racine carrée



La fonction valeur absolue

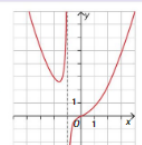
### Exercice résolu 4 Montrer qu'une fonction est continue

Soit la fonction  $f$  définie sur  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  par  $f(x) = x^2 + 1 - \frac{1}{x+1}$ .

1. Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère.
2. Montrer que la fonction  $f$  est continue sur les intervalles  $]-\infty; -1[$  et  $] -1; +\infty[$ .

**Solution**

1. Voir graphique ci-contre.
2. La fonction  $x \mapsto x^2 + 1$  est une fonction polynôme, donc elle est continue sur  $\mathbb{R}$ . La fonction  $x \mapsto x + 1$  est continue sur  $\mathbb{R}$ , donc la fonction  $x \mapsto \frac{1}{x+1}$  est continue sur  $]-\infty; -1[$  et  $] -1; +\infty[$ . La fonction  $f$  est une somme de deux fonctions continues sur  $]-\infty; -1[$  et  $] -1; +\infty[$ , donc elle est continue sur  $]-\infty; -1[$  et  $] -1; +\infty[$ .

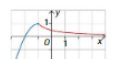


### Exercice résolu 5 Étudier une fonction définie par morceaux

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{1}{x+2} & \text{si } x > -1 \end{cases}$ .

1. Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère.
2. Étudier la continuité de la fonction  $f$  :  
a. sur l'intervalle  $]-\infty; -1[$  ;  
b. sur l'intervalle  $] -1; +\infty[$  ;  
c. en  $-1$ .  
Que peut-on en conclure ?

**Solution**


1. 
2. a. La fonction  $x \mapsto -x^2 - 2x$  est une fonction polynôme, donc elle est continue sur  $]-\infty; -1[$ .  
b. La fonction  $x \mapsto x + 2$  est continue sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in ] -1; +\infty[$ ,  $x + 2 \neq 0$ , donc la fonction  $x \mapsto \frac{1}{x+2}$  est continue sur  $] -1; +\infty[$ .  
c. Quand  $x = -1$ ,  $-x^2 - 2x = -1 - 2 = -3 = f(-1)$ .  
Les deux expressions donnant le même résultat, on peut tracer les deux morceaux de courbes sans lever le crayon. La fonction  $f$  est donc continue en 1.  
On peut donc en conclure que la fonction  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}$ .

4. Soit la fonction  $f$  définie sur  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$  par :  
 $f(x) = 3x - 2 + \frac{x}{x-2}$ .
1. Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère.
2. Montrer que la fonction  $f$  est continue sur les intervalles  $]-\infty; 2[$  et  $]2; +\infty[$ .

5. Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  
 $f(x) = \begin{cases} 4 - 2x & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ .
1. Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère.
2. Étudier la continuité de la fonction  $f$  sur  $]-\infty; 1[$ , puis sur  $]1; +\infty[$  et enfin en 1.

96

4 • Dérivabilité et continuité | 97



# 4 – J'installe l'application Educadhoc si je ne l'ai pas encore fait

The screenshot shows the Educadhoc website interface. The top navigation bar includes 'ACCUEIL', 'RETOUR', 'RECHERCHER', 'SOMMAIRE', 'ALLER PAGE 96', 'BUREAU', 'FAVORIS', 'CAPTURE', 'ANNOTER', and 'MES CONTENUS'. The main content area is titled 'Connaître le cours' and 'Applications directes'. The current page is '2. Fonction continue', with a sub-section '1. Fonction continue sur un intervalle'. A modal dialog box is overlaid on the page, asking 'Vous souhaitez télécharger votre manuel ?' and 'Vous n'avez pas encore l'application Educadhoc ?'. The dialog has a pink button 'JE ME CONNECTE À L'APPLICATION ÉDUCADHOC' and a pink button 'J'INSTALLE ÉDUCADHOC' which is highlighted with a red border and a mouse cursor. The background content includes mathematical definitions, examples, and exercises related to continuous functions.

Connaître le cours

## 2. Fonction continue

### 1. Fonction continue sur un intervalle

**Notion intuitive de fonction continue sur un intervalle**  
Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$ .  
On dit que  $f$  est continue sur  $I$  si on peut tracer sa courbe représentative sans lever le crayon de la feuille.

**Remarque :** Cette définition peut s'écrire mathématiquement :  $f$  est continue sur un intervalle  $I$  si, pour tout réel  $a$  appartenant à  $I$ , on a :

**Exemples**

- $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x^2 - 3x + 2$
- $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \begin{cases} 3 - x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 2x + 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

$f$  est continue sur  $\mathbb{R}$ .  
 $f$  n'est pas continue sur  $\mathbb{R}$ .  
Notamment,  $f$  n'est pas continue en  $a = 1$ .

### 2. Propriétés

**Propriétés : continuité des fonctions usuelles**

- Les fonctions polynômes et la fonction racine carrée sont continues sur  $\mathbb{R}$ .
- Les sommes, produits, quotients et composées de fonctions continues sur des intervalles formant leur ensemble de définition, sont continues sur ces intervalles.

**Exemple**  
La fonction  $f$  définie sur  $]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 5}{x - 1}$  est continue sur les intervalles  $]-\infty; 1[$  et  $]1; +\infty[$  en tant que quotient de fonctions polynômes.

**Propriété : continuité et dérivabilité**  
Une fonction dérivable sur un intervalle  $I$  est continue sur  $I$ .

**Remarque :** La réciproque de cette propriété est fautive :

- la fonction racine carrée est continue sur  $[0; +\infty[$  mais n'est pas dérivable en 0 ;
- la fonction valeur absolue est continue sur  $\mathbb{R}$  mais n'est pas dérivable en 0.

La fonction racine carrée  
La fonction valeur absolue

Exercice résolu 4. Montrer qu'une fonction est continue

Soit la fonction  $f$  définie sur  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  par  $f(x) = x^2 + 1 - \frac{1}{x+1}$ .

- Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère.
- Montrer que la fonction  $f$  est continue sur les intervalles  $]-\infty; -1[$  et  $]1; +\infty[$ .

**Solution**

- Voir graphique ci-contre.
- La fonction  $x \mapsto x^2 + 1$  est une fonction polynôme, donc elle est continue sur  $\mathbb{R}$ .  
La fonction  $x \mapsto \frac{1}{x+1}$  est continue sur  $]-\infty; -1[$  et  $]1; +\infty[$ .

La fonction  $f$  est continue sur  $]-\infty; -1[$  et  $]1; +\infty[$ .

La fonction  $f$  est définie par morceaux

$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \leq -1 \\ -2x & \text{si } x > -1 \end{cases}$

La fonction  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}$ .

- La fonction  $x \mapsto x^2 - 2x$  est une fonction polynôme, donc elle est continue sur  $]-\infty; -1[$ .
- La fonction  $x \mapsto x + 2$  est continue sur  $\mathbb{R}$  et, pour tout  $x \in ]-1; +\infty[$ ,  $x + 2 \neq 0$ , donc la fonction  $x \mapsto \frac{1}{x+2}$  est continue sur  $]1; +\infty[$ .
- Quand  $x = -1$ ,  $-x^2 - 2x = \frac{1}{x+2} = 1 = f(-1)$ .  
Les deux expressions donnant le même résultat, on peut tracer les deux morceaux de courbes sans lever le crayon. La fonction  $f$  est donc continue en 1.  
On peut donc en conclure que la fonction  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}$ .

4. Soit la fonction  $f$  définie sur  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$  par :  $f(x) = 3x - 2 + \frac{x}{x-2}$

- Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère.
- Montrer que la fonction  $f$  est continue sur les intervalles  $]-\infty; 2[$  et  $]2; +\infty[$ .

5. Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \begin{cases} 4 - 2x & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère.
- Étudier la continuité de la fonction  $f$  sur  $]-\infty; 1[$ , puis sur  $]1; +\infty[$  et enfin en 1.

4 • Dérivabilité et continuité 97

# 5 – Une fois l'application installée, je reviens sur Educadhoc en ligne et je clique sur « je me connecte à l'application educadhoc »

The screenshot shows the Educadhoc website interface. The top navigation bar includes 'ACCUEIL', 'RETOUR', 'RECHERCHER', 'SOMMAIRE', 'ALLER PAGE 96', 'BUREAU', 'FAVORIS', 'CAPTURE', 'ANNOTER', and 'MES CONTENUS'. The main content area is titled 'Connaître le cours' and 'Applications directes'. The current page is '2. Fonction continue', which is divided into '1. Fonction continue sur un intervalle' and '2. Propriétés'. A modal dialog box is overlaid on the page, asking 'Vous souhaitez télécharger votre manuel ?' (Do you want to download your manual?). The dialog has two buttons: 'JE ME CONNECTE À L'APPLICATION ÉDUCADHOC' (highlighted with a red box and a mouse cursor) and 'J'INSTALLE ÉDUCADHOC'. The background content includes mathematical definitions, examples, and exercises related to continuous functions.

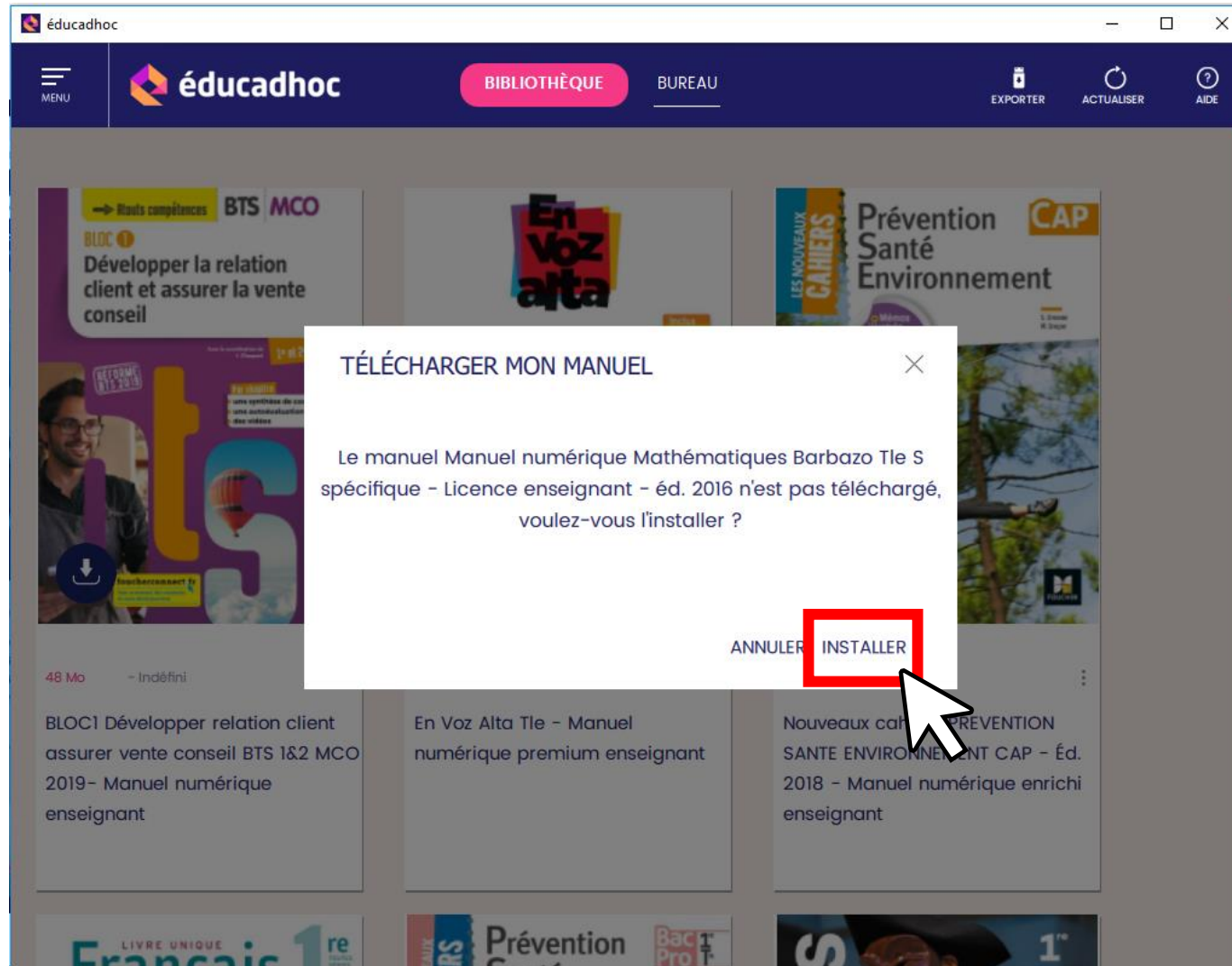
**Vous souhaitez télécharger votre manuel ?**

**JE ME CONNECTE À L'APPLICATION ÉDUCADHOC**

Vous n'avez pas encore l'application Educadhoc

J'INSTALLE ÉDUCADHOC

## 6 – Je clique sur « installer »



Votre manuel est désormais disponible hors connexion ! 